

Printed Pages- 8

2200760

**B.Sc. (Second Year)**

**Examination, 2025**

**Major-II/Minor/Open Elective**

**Mathematics**

**Advance Calculus and Partial Differential Equations**

*Time Allowed : Three hours*

*Maximum Marks : 70*

**नोट :** सभी तीनों खण्डों के प्रश्नों का उत्तर दीजिए। अंकों का विभाजन खण्डों के समक्ष दिया गया है।

**Note :** Attempt questions all three sections as directed. Distribution of marks is given against each section.

**खण्ड - 'अ'**

**Section - 'A'**

**( वस्तुनिष्ठ प्रश्न )**

**( Objective Type Questions )**

**[5 × 1 = 5]**

**नोट :** निम्नलिखित सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

**Note :** Attempt all the following questions. Each question carries 1 mark.

C-3-(666/1300)

2200760

[P.T.O.]

1. सही उत्तर का चयन कीजिए -

Choose the correct answer-

(i)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{1/n}$  का मान है :

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d)  $\infty$

The value of  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{1/n}$  is :

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d)  $\infty$

(ii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \mu_n \neq 0$ , तो श्रेणी  $\sum_{n=0}^{\infty} \mu_n$  है:

(a) अभिसारी

(b) अपसारी

(c) दोलायमान

(d) इनमें से कोई नहीं

If  $\lim_{n \rightarrow \infty} \mu_n \neq 0$ , then the series  $\sum_{n=0}^{\infty} \mu_n$  is:

(a) Convergent

(b) Divergent

(c) Oscillatory

(d) None of these

(iii)  $\sqrt{\frac{1}{2}}$  का मान है-

(a)  $\frac{\pi}{2}$

(b)  $\pi$

(c)  $\sqrt{\pi}$

(d) इनमें से कोई नहीं

The value of  $\sqrt{\frac{1}{2}}$  is:

a)  $\frac{\pi}{2}$

(b)  $\pi$

(c)  $\sqrt{\pi}$

(d) None of these

(iv) अवकलन समीकरण  $\frac{dx}{y} = \frac{dy}{x} = \frac{dz}{z}$  का एक हल है:

(a)  $x^2 - z^2 = c$

(b)  $x^2 - y^2 = c$

(c)  $x^2 + y^2 = c$

(d) इनमें से कोई नहीं

One of the solution of the differential equation

$\frac{dx}{y} = \frac{dy}{x} = \frac{dz}{z}$  is:

(a)  $x^2 - z^2 = c$

[ 4 ]

(b)  $x^2 - y^2 = c$

(c)  $x^2 + y^2 = c$

(d) None of these

(v) समीकरण  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$  है:

(a) परवल्यिक

(b) अतिपरवल्यिक

(c) दीर्घवृत्त

(d) इनमें से कोई नहीं

Equation  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$  is:

(a) Parabolic

(b) Hyperbolic

(c) Elliptic

(d) None of these

खण्ड - 'ब'

Section - 'B'

( लघुउत्तरीय प्रश्न )

( Short Answer Type Questions )

[5 × 5 = 25]

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है। शब्द सीमा 250 शब्द।

Note: Attempt all five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 5 marks. Word limit 250 words.

[ 5 ]

इकाई - I / Unit - I

2. प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम परिबद्ध होता है।

Every convergent sequence is bounded.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि  $\sqrt{8}$  एक परिमेय संख्या नहीं है।

Prove that  $\sqrt{8}$  is not a rational number.

इकाई - II / Unit - II

3. निम्न श्रेणी की अभिसारिता का परीक्षण कीजिये।

$$\sqrt{\frac{1}{2^3}} + \sqrt{\frac{2}{3^3}} + \sqrt{\frac{3}{4^3}} + \dots$$

Test the convergence of the series:

$$\sqrt{\frac{1}{2^3}} + \sqrt{\frac{2}{3^3}} + \sqrt{\frac{3}{4^3}} + \dots$$

अथवा / OR

दर्शाइये कि फलन  $f(x) = x^2$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$  अन्तराल  $[0,1]$  में एक समान संतत है।

Show that the function  $f(x) = x^2$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$  in the interval  $[0,1]$  is uniformly continuous.

इकाई - III / Unit - III

4. यदि  $\mu = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$  तो सिद्ध कीजिये कि

$$\frac{\partial \mu}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial y} + \frac{\partial \mu}{\partial z} = \frac{3}{(x+y+z)}$$

If  $\mu = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ , then show that

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{3}{(x+y+z)}$$

अथवा / OR

यदि  $x = u(1+v)$  तथा  $y = v(1+u)$  है तो  $\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$  का मान

ज्ञात कीजिये।

If  $x = \mu(1+v)$  and  $y = v(1+\mu)$  then find the value of  $\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$

इकाई - IV / Unit - IV

5. हल कीजिये  $pq = xy$

Solve  $pq = xy$

अथवा / OR

यदि  $z = f(x+ay) + \phi(x-ay)$  है तो सिद्ध कीजिये

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$$

If  $z = f(x+ay) + \phi(x-ay)$  then prove that  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

इकाई - V / Unit - V

6. हल कीजिये  $25r - 40s + 16t = 0$

Solve  $25r - 40s + 16t = 0$

अथवा / OR

हल कीजिये  $(D^2 + DD' + D' - 1)z = 0$

Solve  $(D^2 + DD' + D' - 1)z = 0$

नोट : निम्नलिखित में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 अंकों का है। शब्द सीमा 500 शब्द।

*Note : Attempt any four questions from following. Each question carries 10 marks. Word limit 500 words.*

7. सिद्ध कीजिये कि परिमेय संख्याओं का समुच्चय  $Q$  पूर्ण क्रमित क्षेत्र नहीं है।

Prove that the set of rational number  $Q$  is not ordered complete field.

8. भारत के संदर्भ में कलन की ऐतिहासिक पृष्ठभूमि पर टिप्पणी लिखिए।

Discuss on the Historical background of calculus in the context of India.

9. फलन  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$  के लिये अंतराल  $[2, 4]$  में लेग्रान्ज के माध्यमान प्रमेय को सत्यापित कीजिये।

Verify Lagrange's mean value theorem for the function

$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$  in the interval  $[2, 4]$

10. परीक्षण से बताइये कि श्रेणी अपसारी है अथवा अभिसारी।

$$(a) \frac{1}{1.2.3} + \frac{3}{2.2.4} + \frac{5}{3.4.5} + \dots$$

$$(b) 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots$$

Test the convergence or divergence of the series.

$$(a) \frac{1}{1.2.3} + \frac{3}{2.2.4} + \frac{5}{3.4.5} + \dots$$

$$(b) 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots$$

11. समघात फलन के लिए ऑयलर के प्रमेय का कथन लिखिये और उसे सिद्ध कीजिये।

State and prove Euler's theorem on homogeneous function.

12. फलन  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$  का  $(x-2)$  और  $(y-3)$  के घातों में टेलर प्रमेय से प्रसार कीजिये।

Expand  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$  in powers  $(x-2)$  and  $(y-3)$  using Taylor's theorem.

13. हल कीजिये

$$(mz - ny)p + (nx - lz)q = ly - nx$$

Solve

$$(mz - ny)p + (nx - lz)q = ly - nx$$