

UN110165

B.Sc. (I Year) Examination-2026
Mathematics
Paper-II
Calculus and Vector Analysis

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 70

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्नों के उत्तर दीजिए। अंकों का विभाजन खण्डों के समक्ष दिया गया है।

Note : *Attempt all the three sections as directed. Distribution of marks is given against each section.*

खण्ड-‘अ’

Section-‘A’

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

(Objective Type Questions)

[5 × 1 = 5]

नोट : निम्नलिखित सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

Note : *Attempt all the following questions. Each question carries 1 mark.*

1. सही उत्तर का चयन कीजिए-

Choose the correct Answer-

(i) श्रेणी $x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots$ किस फलन का प्रसार है-

(A) $\sin x$

- (B) $\tan x$
 (C) $\cos x$
 (D) $\tan^{-1} x$

Series $x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots$ is a expansion of which function.

- (A) $\sin x$
 (B) $\tan x$
 (C) $\cos x$
 (D) $\tan^{-1} x$

(ii) γ - त्रिज्या $\frac{1}{9}$ वृत्त की वक्रता है।-

- (A) 0
 (B) v
 (C) $\frac{1}{v}$
 (D) $\frac{2v}{2v}$

Radius at curvature of circle of radius x is -

- (A) 0
 (B) v
 (C) $\frac{1}{v}$
 (D) $\frac{2v}{2v}$

(iii) $\sqrt{\frac{1}{2}}$ का मान है-

(A) π

(B) $\sqrt{\pi}$

(C) 1

(D) $\frac{-\pi}{2}$

Value of $\sqrt{\frac{1}{2}}$ is-

(A) π

(B) $\sqrt{\pi}$

(C) 1

(D) $\frac{-\pi}{2}$

(iv) यदि $\vec{v} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ तो कर्ल $\vec{v}$ का मान है-

(A) 0

(B) 1

(C) -1

(D) 3

If $\vec{v} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ then value of $\text{Curl } \vec{v}$ is.

(A) 0

(B) 1

(C) -1

(D) 3

(v) रेखीय समाकल एवं पृष्ठीय समाकल के बीच संबंध है-

- (A) गॉस प्रमेय
- (B) स्टोक्स प्रमेय
- (C) ग्रीन प्रमेय
- (D) बरनौली प्रमेय

Relation between Line Integral and surface Integral is-

- (A) Gauss Theorem
- (B) Stoke's theorem
- (C) Green's Theorem
- (D) Burnollie's Thorem

खण्ड- 'ब'

Section- 'B'

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी पांच प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है शब्द सीमा 250 शब्द।

Note : Answer all five questions. It is compulsory to attempt one question from each unit. Each question is of 5 marks. Word limit is 250 words.

इकाई - I/Unit - I

2. यदि (Prove that (if)) $y = (\sin^{-1}x)^2$ तो (then) $(1-x^2)y_2 - xy_1 - 2 = 0$ सिद्ध कीजिए।

अथवा/OR

मैक्लारेन प्रमेय से $\log(1+x)$ का प्रसार दीजिए।

Expand $\log(1+x)$ by Maclaurin theorem.

इकाई - II/Unit - II

3. सिद्ध कीजिए कि कैटेनरी $y = \cosh\left(\frac{x}{c}\right)$ के बिंदु (x,y) पर

वक्रता त्रिज्या $\frac{y^2}{c}$ है।

Prove that Radius of curvature of catenary $y = c \cosh\left(\frac{x}{c}\right)$

at point (x, y) is $\frac{y^2}{c}$

अथवा/OR

वक्र $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$ के नीति परिवर्तन बिंदु ज्ञात कीजिए।

To find points of Inflexion of the Curve $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$

इकाई-III/Unit-III

4. यदि $x = \sin^{-1}\left(\frac{x^2 + y^2}{x + y}\right)$ तो सिद्ध दीजिए।

$$x \frac{\partial y}{\partial x} + y \frac{\partial y}{\partial y} = \tan x$$

If $x = \sin^{-1}\left(\frac{x^2 + y^2}{x + y}\right)$ then

Prove that $x \frac{\partial y}{\partial x} + y \frac{\partial y}{\partial y} = \tan x$

अथवा/OR

समाकल $\int_0^1 \int_0^1 \frac{dx dy}{\sqrt{1-x^2} \sqrt{1-y^2}}$ का मूल्यांकन कीजिए

Evaluate the Integral $\int_0^1 \int_0^1 \frac{dx dy}{\sqrt{1-x^2} \sqrt{1-y^2}}$

इकाई - IV/Unit - IV

5. एक कण वक्र $x = t^3 + 1, y = t^2, z = 2t + 5$ पर चल रहा है जहाँ t समय है तो $t = 1$ पर सदिश $\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ की दिशा में वेग के घटक ज्ञात कीजिए।

A particle is moving at the curve $x = t^3 + 1, y = t^2, z = 2t + 5$ where t is a time then find components of velocity in the direction of vector $\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ at $t = 1$.

अथवा/OR

यदि $t = xy^2\hat{i} + 2x^2yz\hat{j} - 3yz^2\hat{k}$ तो बिंदु $(1, -1, 1)$ पर $\text{div } f$ एवं $\text{curl } t$ ज्ञात कीजिए।

If $t = xy^2\hat{i} + 2x^2yz\hat{j} - 3yz^2\hat{k}$ Then find $\text{div } f$ and $\text{curl } t$ at point $(1, -1, 1)$.

इकाई - V/Unit - V

6. $\int_C F \cdot dV$ का मूल्यांकन कीजिए जहाँ $F = x^2y^2\hat{i} + y\hat{j}$ और जहाँ $C, y^2 = 4x$ समातल $(0,0)$ से $(4,4)$ तक है।

Evaluate $\int_C F \cdot dV$ Where $F = x^2y^2\hat{i} + y\hat{j}$ and C is an Arc $(0,0)$ to $(4,4)$ in xy plane $y^2 = 4x$.

अथवा/OR

S एक संवृत वक्र पृष्ठ है जो आयतन V जो घेरता है। तथा

$F = x\hat{i} + 2y\hat{j} + 3z\hat{k}$ तो सिद्ध कीजिए। $\iiint_V F \cdot \hat{n} \, ds = 6V$

S is a closed surface which covers a volume V and

$F = x\hat{i} + 2y\hat{j} + 3z\hat{k}$ then prove that $\iiint_V F \cdot \hat{n} \, ds = 6V$

Section- 'C'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

(Long Answer Type Questions)

[10×4=40]

नोट : निम्नलिखित 7 प्रश्नों में से किन्हीं 4 प्रश्नों का उत्तर 500 शब्दों में दीजिये। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

Note: Answer any 4 out of 7 questions in 500 words. Each question carries 10 Marks.

7. यदि $u = e^{xyz}$ तो सिद्ध कीजिए

If $u = e^{xyz}$ then prove that-

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z} = (1 + 3xyz + x^2 y^2 z^2) e^{xyz}$$

अथवा/OR

वक्र $x^3 - 2y^3 + 2x^2y - xy^2 + xy - y + 1 = 0$ की अनंत स्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

To find Asymptotes of the curve-

$$x^3 - 2y^3 + 2x^2y - xy^2 + xy - y + 1 = 0$$

8. सिद्ध कीजिए कि हृदयाभ $r = a - (1 - \cos \theta)$ डे किसी बिंदु पर

वक्रता त्रिज्या $\frac{2}{3} \sqrt{2av}$ है।

Prove that Radius of curvature of the curve cardioids

$$r = a(1 - \cos \theta) \text{ is } \frac{2}{3} \sqrt{2av}.$$

अथवा/OR

वक्र $a^2 y^2 = x^2(a^2 - x^2)$ का अनुरेखण दीजिए।

Trace the curve $a^2 y^2 = x^2(a^2 - x^2)$.

9. सिद्ध कीजिए वक्र $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ की संपूर्ण लंबाई $6a$ है।

Prove that total Length of the curve $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ is $6a$

अथवा

OR

यदि (If) $\hat{r}(t) = 5t^2 \hat{i} + t \hat{j} - t^3 \hat{k}$ तो दर्शाए (then prove that)

$$\int_1^2 \hat{r} \times \frac{d^2 \hat{r}}{dt^2} dt = -14\hat{i} + 75\hat{j} - 15\hat{k}$$

10. स्टोक्स प्रमेय द्वारा $\int_C xy dx + xy^2 dy$ का मूल्यांकन दीजिए जहाँ

C xy समतल में एक वर्ग है जिसके शीर्ष $(1,0)$ $(0,1)$ $(-1,0)$ $(0,-1)$ हैं।

Evaluate $\int_C xy dx + xy^2 dy$ by stoke's theorem where C is a square in xy plane whose vertices are $(1,0)$ $(0,1)$ $(-1,0)$ $(0,-1)$

अथवा/OR

गाउस लेव डाइवर्जेंस प्रमेय का उपयोग करते हुए

$$\iiint x^3 dy dz + x^2 y dz dx + x^2 z dz dy$$

का मूल्यांकन दीजिए जहाँ S एक बंद पृष्ठ है जो समतलों $z = 0$, $z = b$ और बेलन $x^2 + y^2 = a^2$ द्वारा परिबद्ध है।

Evaluate $\iiint x^3 dy dz + x^2 y dz dx + x^2 z dz dy$ by using Gauss' Theorem where S is a closed surface which is bounded by plane $z = 0$, $z = b$ and cylinder $x^2 + y^2 = a^2$