

Printed Pages-12

Roll No.....

253

UN110166

B.Sc. (I-Year)NEP
Main Examination, 2026
Mathematics
Paper: Major-III
Differential Equations and Geometry

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 70

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्नों के उत्तर दीजिए। अंकों का विभाजन खण्डों के समक्ष दिया गया है।

Note : Attempt all the three sections as directed. Distribution of marks is given against each section.

खण्ड- 'अ'

Section- 'A'

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

(Objective Type Questions)

[5 × 1 = 5]

नोट : निम्नलिखित सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

Note: Attempt all the following questions. Each question carries 1 mark.

1. सही उत्तर का चयन कीजिए-

Choose the correct answer-

(i) अवकल समीकरण $Mdx + Ndy = 0$ यथातथ होगा, यदि:

~~(A)~~ $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$

(B) $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y}$

(C) $\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 N}{\partial y^2}$

(D) $DM = DN$

The differential equation $Mdx + Ndy = 0$ is exact if:

(A) $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$

(B) $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y}$

(C) $\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 N}{\partial y^2}$

(D) $DM = DN$

(ii) $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$ का व्यापक हल है:

- (A) $y = \cos x$
- (B) $y = \sin x$
- (C) $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x$
- (D) इनमें से कोई नहीं

The general solution of is: $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$

- (A) $y = \cos x$
- (B) $y = \sin x$
- (C) $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x$
- (D) None of these

(iii) समीकरण $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

एक दीर्घवृत्त को दर्शाता है यदि:

- (A) $h < ab$
- (B) $h > ab$
- (C) $h^2 > ab$

(D) $h^2 < ab$

The equation

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ represent
an ellipse if:

(A) $h < ab$

(B) $h > ab$

(C) $h^2 > ab$

(D) $h^2 < ab$

(iv) आयातकार अतिपरवलय की उत्केन्द्रता है:

~~(A)~~ 1

(B) 2

(C) $\sqrt{2}$

(D) $\sqrt{1}$

The eccentricity of a rectangular hyperbola is:

(A) 1

(B) 2

(C) $\sqrt{2}$

(D) $\sqrt{1}$

(v) यदि $f(x, y, z) = 0$ एक शंकु का समीकरण है जिसका शीर्ष मूल बिंदु है और l, m, n इसके किसी भी जनक में दिशा अनुपात हैं, तो:

(A) $f(l, m, n) > 0$

(B) $f(l, m, n) < 0$

(C) $f(l, m, n) = 0$

(D) $f(l^2, m^2, n^2) = 0$

If $f(x, y, z) = 0$ is equation of the cone whose vertex is origin and l, m, n are direction ratios of any generator of it, then:

(A) $f(l, m, n) > 0$

(B) $f(l, m, n) < 0$

[6]

(C) $f(l, m, n) = 0$

(D) $f(l^2, m^2, n^2) = 0$

खण्ड- 'ब'

Section- 'B'

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

(Short Answer Type Questions)

[5 × 5 = 25]

नोट : सभी पांच प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है शब्द सीमा 250 शब्द।

Note : Answer all five questions. It is compulsory to attempt one question from each unit. Each question is of 5 marks. Word limit is 250 words.

इकाई - I

Unit - I

2. हल कीजिए $(1 + y^2) dx = (\tan^{-1} y - x) dy$

Solve $(1 + y^2) dx = (\tan^{-1} y - x) dy$

अथवा

OR

समीकरण को हल कीजिए।

$(1 + 4xy + 2y^2) dx + (1 + 4xy + 2x^2) dy = 0$

Solve the equation.

$(1 + 4xy + 2y^2) dx + (1 + 4xy + 2x^2) dy = 0$

इकाई - II

Unit - II

3. हल कीजिए- $\frac{d^2 y}{dx^2} + 8 \frac{dy}{dx} + 9y = 40 \sin 5x$

Solve $\frac{d^2 y}{dx^2} + 8 \frac{dy}{dx} + 9y = 40 \sin 5x$.

अथवा

OR

प्राचल विचरण विधी से हल कीजिए।

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + a^2 y = \sec ax$$

Solve by method of variation of parameter

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + a^2 y = \sec ax$$

इकाई - III

Unit - III

4. हल कीजिए $x \frac{d^2 y}{dx^2} - (2x - 1) \frac{dy}{dx} + (x - 1)y = 0$

Solve $x \frac{d^2 y}{dx^2} - (2x - 1) \frac{dy}{dx} + (x - 1)y = 0$

अथवा

OR

युगपत समीकरण को हल कीजिए।

$$\frac{dx}{dt} - fx + y = 0$$

$$\frac{dy}{dt} - 2x + 5y = 0$$

Solve the simultaneous equations.

$$\frac{dx}{dt} - fx + y = 0$$

$$\frac{dy}{dt} - 2x + 5y = 0$$

इकाई - IV

Unit - IV

5. एक वृत्त आयताकार अतिपरवलय $xy = 1$ को बिंदुओं (xr, yr) , $r = 1, 2, 3, 4$, पर काटता है, तो सिद्ध करें कि $x_1 x_2 x_3 x_4 = y_1 y_2 y_3 y_4 = 1$

A circle cuts the rectangular hyperbola $xy = 1$ in the points (xr, yr) , $r = 1, 2, 3, 4$, then prove that $x_1 x_2 x_3 x_4 = y_1 y_2 y_3 y_4 = 1$

अथवा

OR

दर्शाइए कि समीकरण $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$ तथा $\frac{1}{r} = -1 + e \cos \theta$ एक ही शंकु का प्रतिनिधित्व करते हैं।

Show that the equations $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$ and $\frac{1}{r} = -1 + e \cos \theta$ represent the same conic.

इकाई - V

Unit - V

6. शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष $(0,0,3)$ है और आधार वृत्त $x^2 + y^2 = 4, z = 0$ है।

Find the equation of the cone whose vertex is $(0,0,3)$ and base is the circle $x^2 + y^2 = 4, z = 0$

अथवा

OR

उस समकोण वृत्ताकार शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष मूल बिंदु है, अक्ष z-अक्ष और अर्ध-उर्ध्वाधर कोण α है।

Find the equation of the right-circular cone whose vertex is the origin, axis is z-axis and the semi-vertical angle is α .

नोट : निम्नलिखित 7 प्रश्नों में से किन्हीं 4 प्रश्नों का उत्तर 500 शब्दों में दीजिये। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

Note: Answer any 4 out of 7 questions in 500 words. Each question carries 10 Marks.

7. अवकल समीकरण के ऐतिहासिक पृष्ठभूमि पर चर्चा कीजिए।

Discuss historical background of differential equations.

8. आर्यभट्ट की जीवनी लिखिए और अवकल समीकरण के क्षेत्र में उनके योगदान का वर्णन कीजिए।

Write biography of Aryabhata & their contribution in the field of differential & equation.

9. हल कीजिए $(px - y)(py + x) = h^2 p$

Solve: $(px - y)(py + x) = h^2 p$

10. हल कीजिए। $(D^2 - 2D + 5)y = e^2 x \sin x$

$$\text{Solve } (D^2 - 2D + 5)y = e^2 x \sin x$$

11. हल कीजिए: $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + y = 0,$

$$\frac{dy}{dt} + 5x + 3y = 0$$

$$\text{Solve- } \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + y = 0,$$

$$\frac{dy}{dt} + 5x + 3y = 0$$

12. एक शांकव में सिद्ध कीजिए कि दो लंबवत् केंद्र जीवाओं के व्युत्क्रमों का योग अचर होता है।

In conic prove that sum of the reciprocals of two perpendicular focal is constant.

13. उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष $(5, 4, 3)$ है और आधार $3x^2 + 2y^2 = 6, y + z = 0$ है।

Fine the equation of the cone whose vertex $(5, 4, 3)$ and base curve $3x^2 + 2y^2 = 6, y + z = 0$.