

2200760

B.Sc. (II Year)
Main Examination, 2026
MATHEMATICS
Paper: II/Maj.II/Min./GEC/OEC
Advanced Calculus & Partial Diff. Equation

Time Allowed : Three hours
Maximum Marks : 70

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्नों के उत्तर दीजिए। अंकों का विभाजन खण्डों के समक्ष दिया गया है।

Note : Attempt all the three sections as directed. Distribution of marks is given against each section.

खण्ड- 'अ'

Section- 'A'

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

(Objective Type Questions)

[5 × 1 = 5]

नोट : निम्नलिखित सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

Note : Attempt all the following questions. Each question carries 1 mark.

1. सही उत्तर का चयन कीजिए-

Choose the correct answer-

(i) अनुक्रम $\left\{ 1 + \frac{(-1)^n}{n} \right\}$ की सीमा है-

(A) 1

(B) 2

(C) 0

(D) 4

The sequence $\left\{ 1 + \frac{(-1)^n}{n} \right\}$ has limit-

(A) 1

(B) 2

(C) 0

(D) 4

(ii) श्रेणी $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ अभिसारी है यदि-

(A) $P = 1$

(B) $P > 1$

(C) $P < 1$

(D) $P = 0$

The series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ is convergent if:

(A) $P = 1$

(B) $P > 1$

(C) $P < 1$

(D) $P = 0$

(iii) समघात फलन $f(x, y) = \left(\frac{x^2 + y^2}{x + y} \right)$ की घात है-

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

The degree of homogeneous function

$f(x, y) = \left(\frac{x^2 + y^2}{x + y} \right)$ is:

- (A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) None of these
- (iv) आंशिक अवकल समीकरण $\nabla^2 z = px + qy + p^2 + q^2$ का पूर्ण हल है-
- (A) $z = ax + by$
(B) $z = ax - by$
(C) $z = ax + by + a^2 + b^2$
(D) $z = ax - by + a^2 - b^2$
- The complete solution of partial differential equation $\nabla^2 z = px + qy + p^2 + q^2$
- (A) $z = ax + by$
(B) $z = ax - by$
(C) $z = ax + by + a^2 + b^2$
(D) $z = ax - by + a^2 - b^2$

- (v) समीकरण $u_{xx} + u_{yy} = u_{zz}$ है-
- (A) दीर्घवृत्तीय
(B) अतिपरवलयिक
(C) परवलयिक
(D) इनमें से कोई नहीं

Equation $u_{xx} + u_{yy} = u_{zz}$ is:

- (A) Elliptic
(B) Hyperbolic
(C) Parabolic
(D) None of these

खण्ड- 'ब'

Section- 'B'

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

(Short Answer Type Questions)

[5 × 5 = 25]

नोट : सभी पांच प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है शब्द सीमा 250 शब्द।

[6]

Note : Answer all five questions. It is compulsory to attempt one question from each unit. Each question is of 5 marks. Word limit is 250 words.

इकाई -I

Unit - I

2. प्रत्येक कौशी अनुक्रम परिबद्ध होता है परन्तु इसका विलोम सत्य नहीं है।

Prove that every Cauchy sequence is bounded but the converse is not true.

अथवा

OR

दर्शाइये कि $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{1/n} = 1$

Show that $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{1/n} = 1$.

इकाई -II

Unit - II

3. दर्शाइये कि निम्नलिखित श्रेणी अभिसारी है।

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots$$

C-13 (539/1300) 2200760

[7]

Show that the following series is convergent.

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots$$

अथवा

OR

$$\text{दर्शाइये कि फलन } f(x) \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right); & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

$x=0$ पर संतत है परन्तु अवकलनीय नहीं है।

$$\text{If } f(x) \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right); & \text{when } x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

Show that f is continuous at $x=0$ but not differentiable at $x=0$

इकाई -III

Unit - III

4. समघात फलनों के लिए ऑयलर का प्रमेय लिखिये एवं सिद्ध कीजिये।

State and prove Euler's theorem for homogeneous function.

C-13 (539/1300) 2200760

[P.T.O.]

[8]
अथवा

OR

यदि $x = u(1+v)$ और $y = v(1+u)$ तो $\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$ का

मान ज्ञात कीजिए।

If $x = u(1+v)$ and $y = v(1+u)$ then find $\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$

इकाई -IV

Unit - IV

5. संबंध $z = (x^2 + a)(y^2 + b)$ से a और b का विलोपन कर आंशिक अवकल समीकरण ज्ञात कीजिये।

Find the partial differential equation by eliminating a and b

from the relation $z = (x^2 + a)(y^2 + b)$

अथवा

OR

[9]

हल कीजिये $x^2 p + y^2 q = z^2$

Solve $x^2 p + y^2 q = z^2$

इकाई -V

Unit - V

6. हल कीजिये $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$

Solve $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$

अथवा

OR

हल कीजिये $r = 6x$

Solve $r = 6x$.

[10]

खण्ड- 'स'

Section- 'C'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

(Long Answer Type Questions)

[4× 10 = 40]

नोट : निम्नलिखित 7 प्रश्नों में से किन्हीं 4 प्रश्नों का उत्तर 500 शब्दों में दीजिये। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

Note: Answer any 4 out of 7 questions in 500 words. Each question carries 10 Marks.

7. कलन के संदर्भ में भारतीय विरासत और संस्कृति का संक्षिप्त विवरण दीजिये।

Give a brief account of Indian heritage and culture with reference to the calculus.

अथवा/OR

यदि किसी अनुक्रम की सीमा का अस्तित्व है तो वह अद्वितीय होती है।

If the limit of sequence exists then it is unique.

C-13 (539/1300)

2200760

[11]

8. लैग्रान्ज का मध्यमान प्रमेय लिखिये एवं सिद्ध कीजिये।

State and prove Lagrange's mean value theorem.

अथवा/OR

दर्शाइये कि श्रेणी $\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{3}{4}} + \dots$ अभिसारी नहीं है।

Show that the series $\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{3}{4}} + \dots$ is not convergent.

9. सिद्ध कीजिये कि: $\frac{1}{2} = \sqrt{\pi}$

Prove that : $\frac{1}{2} = \sqrt{\pi}$.

अथवा/OR

यदि $u = \sin^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2}{x + y} \right)$ है तो सिद्ध कीजिये कि

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \tan u$$

C-13 (539/1300)

2200760

[P.T.O.]

If $u = \sin^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2}{x + y} \right)$, then show that

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \tan u$$

10. हल कीजिये $(D^2 - 2DD' + D'^2)z = 12xy$

$$\text{Solve } (D^2 - 2DD' + D'^2)z = 12xy$$

अथवा/OR

हल कीजिये $(D^2 + 2DD' + D'^2)z = e^{2x+3y}$

$$\text{Solve } (D^2 + 2DD' + D'^2)z = e^{2x+3y}$$
